القـــوى

I_ قـــوة عدد حقيقي :

1) – تعـريف :

ليكن a عددا حقيقيا و n عددا صحيحا طبيعيا بحيث : $n>1$

$$a^n = \underbrace{a\times a\times a\times .....\times a}_{n\text{ مـــرة}}$$

$$a^1 = a \quad ; \quad a^0 = 1$$

*/ مفـردات :

a^n تسمى : القوة n للعدد a

a يسمى : الأسـاس

n يسمى : الأس

2) – إشـارة قوة أساسها سـالب :

أ) -- خـاصية :

a عدد حقيقي سـالب و n عدد صحيح طبيعي غير منعدم

يكون $a^n \geq 0$ إذا كان n عددا زوجيا

يكون $a^n \leq 0$ إذا كان n عددا فرديا

ب) -- أمثلـة :

$\left(-\sqrt{11}\right)^{124} \geq 0$ لأن 124 عدد زوجي

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^{11} \leq 0$ لأن 11 عدد فردي

$-\sqrt{5}^{12} \leq 0$ لأن الأساس $\sqrt{5}$ و ليس $\left(-\sqrt{5}\right)$

ج) - ملاحظة هامة :

a عدد حقيقي غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي .

*/ إذا كان n عددا زوجيا فإن : $-a^n \neq (-a)^n$

*/ إذا كان n عددا فرديا فإن : $-a^n = (-a)^n$

*/ تمرين تطبيقي :

أحسب ما يلي :

$a = (-4)^3$; $b = -2^4$

$c = \left(\frac{-4}{5}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right)^3$; $d = -\left(\frac{-2^3}{3}\right)$

$e = -\left(-\sqrt{5}\right)^2$; $f = \left(-\sqrt{\sqrt{16}}\right)^2$

*/ الحـــل :

$a = (-4)^3 = -4^3 = -64$; $b = -2^4 = -16$

$c = \left(\frac{-4}{5}\right)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{16}{25} + \frac{-1}{8} = \frac{128}{200} + \frac{-25}{200} = \frac{103}{200}$

$d = -\left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$; $e = -\left(-\sqrt{5}\right)^2 = -\sqrt{5}^2 = -5$

$f = \left(-\sqrt{\sqrt{16}}\right)^2 = \left(\sqrt{\sqrt{16}}\right)^2 = \sqrt{16} = 4$

3) – قوة أسُّهـا سـالب :

أ) -- تعريف :

a و b عددان حقيقيان غير منعدمين و n عدد صحيح طبيعي

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

ب) -- أمثلة :

$\sqrt{2}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\left(\frac{-3}{\sqrt{5}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{5}}{-3}\right)^2 = \frac{5}{9}$

$\left(3+\sqrt{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(3+\sqrt{2}\right)} = \frac{1\ \left(3-\sqrt{2}\right)}{\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)} = \frac{3-\sqrt{2}}{3^2-\sqrt{2}^2} = \frac{3-\sqrt{2}}{9-2} = \frac{3-\sqrt{2}}{7}$

II_ العمليـــات على القـــوى :

1) – خصـائص :

a و b عددان حقيقيان غير منعدمين و m و n عددان صحيحان نسبيان

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad ; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n \quad ; \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

2) – أمثلة :

$$a = \sqrt{5}^3 \times \sqrt{5}^{-7} = \sqrt{5}^{3-7} = \sqrt{5}^{-4} = \frac{1}{\sqrt{5}^4} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$b = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{11} \times \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-6} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{11-6+1} = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$c = \sqrt{5}^3 \times \sqrt{7}^3 = (\sqrt{5} \times \sqrt{7})^3 = \sqrt{35}^3 = \sqrt{35^2 \times 35} = 35\sqrt{35}$$

$$d = 3^{-2} \times \sqrt{3}^{-2} \times \sqrt{2}^{-2} = (3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2})^{-2} = (3\sqrt{6})^{-2} = \frac{1}{(3\sqrt{6})^2} = \frac{1}{54}$$

$$e = \frac{\sqrt{7}^3}{\sqrt{7}^{-2}} = \sqrt{7}^{3-(-2)} = \sqrt{7}^{3+2} = \sqrt{7}^5 = \sqrt{7^4 \times 7} = 7^2\sqrt{7} = 49\sqrt{7}$$

$$f = \frac{\sqrt{2}^{-4}}{\sqrt{2}^2} = \sqrt{2}^{-4-2} = \sqrt{2}^{-6} = \frac{1}{\sqrt{2}^6} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$g = \frac{\sqrt{45}^3}{\sqrt{5}^3} = \left(\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}\right)^3 = \left(\sqrt{\frac{45}{5}}\right)^3 = \sqrt{9}^3 = 3^3 = 27$$

$$h = \frac{\sqrt{3}^4}{\sqrt{2}^4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^4 = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$i = \left(\sqrt{7}^2\right)^3 = \sqrt{7}^{2\times3} = \sqrt{7}^6 = 7^3 = 3$$

$$j = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}^4\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^8 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

اضغط هنا لتحميل المزيد
TelmidTice.com Soutien Scolaire الدعم المدرسي
دروس - تمارين - امتحانات

*/ تمرين تطبيق :

a و b عددان حقيقيان غير منعدمين و $a \neq 3$.

بسط ما يلي :

$$A=\frac{a^2\times(a^5)^3}{(a\times a^2)^4} \quad ; \quad B=\frac{a^{-5}\times b^{-3}\times a^{-2}}{a^3\times(b^{-2})^3} \quad ; \quad C=\left[1+\left(\frac{3-a}{1+a}\right)^{-1}\right]^{-1}$$

*/ الحـــل :

$$A=\frac{a^2\times(a^5)^3}{(a\times a^2)^4} \quad ; \quad B=\frac{a^{-5}\times b^{-3}\times a^{-2}}{a^3\times(b^{-2})^3} \quad ; \quad C=\left[1+\left(\frac{3-a}{1+a}\right)^{-1}\right]^{-1}$$

$$=\frac{a^2\times a^{15}}{(a^3)^4} \qquad =\frac{a^{-5-2}\times b^{-3}}{a^3\times b^{-6}} \qquad =\left[1+\left(\frac{1+a}{3-a}\right)^{1}\right]^{-1}$$

$$=\frac{a^{17}}{a^{12}} \qquad =\frac{a^{-7}\times b^{-3}}{a^3\times b^{-6}} \qquad =\left[1+\frac{1+a}{3-a}\right]^{-1}$$

$$=a^{17-12} \qquad =a^{-7-3}\times b^{-3+6} \qquad =\left[\frac{3-a}{3-a}+\frac{1+a}{3-a}\right]^{-1}$$

$$=a^5 \qquad =a^{-10}\times b^3 \qquad =\left[\frac{3-a+1+a}{3-a}\right]^{-1}$$

$$=\left[\frac{4}{3-a}\right]^{-1}$$

$$=\frac{3-a}{4}$$

III_ الكتـــابة العلميـــة :

1) – قوى العدد 10 :

أ) -- خصائص :

n عدد صحيح طبيعي

$10^{-n}=0,\underbrace{00000000....0}_{n \text{ من الأصفار}}1$; $10^{n}=1\underbrace{000000000....0}_{n \text{ من الأصفار}}$

ب) - أمثلة :

$10^{-9}=0,000000001$; $10^{7}=10000000$

$0,00001=10^{-5}$; $100000000000=10^{11}$

2) – الكتابة العلمية :

أ) -- تعريف :

a عدد عشري و n عدد صحيح نسبي

الكتابة : $x=a\times10^{n}$ أو $x=-a\times10^{n}$ تسمى كتابة علمية للعدد x

بحيث : $1\le a<10$

ب) -- أمثلة :

1/ - لنحدد الكتابة العلمية للعدد $a=3452$.

لدينا :

$$a=3452$$
$$=3,452\times10^{3}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد a هي : $3,452\times10^{3}$.

2/ - لنحدد الكتابة العلمية للعدد $b=0,00000234$.

لدينا :

$$b=0,00000234$$
$$=2,34\times10^{-6}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد b هي : $2,34\times10^{-6}$.

3/ - لنحدد الكتابة العلمية للعدد $c=678,25\times10^{5}$.

لدينا :

$$c=678,25\times10^{5}$$
$$=6,7825\times10^{2}\times10$$
$$=6,7825\times10^{7}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد c هي : $6,7825\times10^{7}$.

4/ - لنحدد الكتابة العلمية للعدد $d = 0,000981 \times 10^{23}$.

لدينا :

$$\begin{aligned} d &= 0,000981 \times 10^{23} \\ &= 9,81 \times 10^{-4} \times 10^{23} \\ &= 9,81 \times 10^{19} \end{aligned}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد d هي : $9,81 \times 10^{19}$.

5/- لنحدد الكتابة العلمية للعدد $e = -24,5 \times 10^{-11} \times 1,2 \times 10^{3}$.

لدينا :

$$\begin{aligned} e &= -24,5 \times 10^{-11} \times 1,2 \times 10^{3} \\ &= -24,5 \times 1,2 \times 10^{-11} \times 10^{3} \\ &= -29,4 \times 10^{-8} \\ &= -2,94 \times 10^{1} \times 10^{-8} \\ &= -2,94 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد e هي : $-2,94 \times 10^{-7}$.

6/- لنحدد الكتابة العلمية للعدد $f = \dfrac{25,5 \times 10^{-16}}{0,05 \times 10^{3}}$.

لدينا :

$$\begin{aligned} f &= \frac{25,5 \times 10^{-16}}{0,05 \times 10^{3}} \\ &= \frac{25,5}{0,05} \times \frac{10^{-16}}{10^{3}} \\ &= 510 \times 10^{-16-3} \\ & 510 \times 10^{-19} \\ &= 5,10 \times 10^{2} \times 10^{-1} \\ &= 5,1 \times 10^{-17} \end{aligned}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد f هي : $5,1 \times 10^{-17}$.

اضغط هنا لتحميل المزيد
TelmidTice.com Soutien Scolaire الدعم المدرسي
دروس - تمارين - امتحانات

7/- لنحدد الكتابة العلمية للعدد $g=113\times10^{5}+7,2\times10^{7}$.

$$g=113\times10^{5}+7,2\times10^{7}$$
$$=113\times10^{5}+7,2\times10^{5}\times10^{2}$$
$$=\left(113+7,2\times10^{2}\right)\times10^{5}$$
$$=\left(113+720\right)\times10^{5}$$

لدينا :

$$833\times10^{5}$$
$$=8,33\times10^{2}\times10^{5}$$
$$=8,33\times10^{7}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد g هي : $8,33\times10^{7}$.

$$h=5\times10^{-3}+3,2\times10^{-7}-523\times10^{-5}$$
$$=5\times10^{-3}+3,2\times10^{-3}\times10^{-4}-523\times10^{-3}\times10^{-2}$$
$$=\left(5+3,2\times10^{-4}-523\times10^{-2}\right)\times10^{-3}$$
$$=\left(5+0,00032-5,23\right)\times10^{-3}$$

8/- لنحدد الكتابة العلمية للعدد

$$=-0,22968\times10^{-3}$$
$$=-2,2968\times10^{1}\times10^{-3}$$
$$=-2,2968\times10^{-4}$$

إذن الكتابة العلمية للعدد h هي : $-2,2968\times10^{-4}$.